муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Красногорская гимназия имени Героя Советского Союза
Николая Ивановича Огородникова»

Принято
решением методического объединения
учителей естественно-научного цикла
и математики, информатики
протокол №5 от 28.08.2023

Согласовано
заместителем директора по УВР

_____
____. _____. 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 3C48BC787DA4EDF4807745F90778EA0E
Владелец: Шулятьева Юлия Михайловна
Действителен: с 14.07.2023 до 06.10.2024

Рабочая программа
учебного предмета «Геометрия»
для 11 класса среднего общего образования

Срок освоения программы 1 год

2023

Рецензия

на рабочую программу учебного предмета «Геометрия» для 11 класса
на 2023-2024 учебный год

Рабочая программа составлена из расчета 2 часа в неделю, 68 часов за учебный год, что соответствует учебному плану.

Состоит из следующих частей:

- титульный лист
- пояснительная записка
- учебно-тематический план
- учебная программа
- список основной литературы для учителя
- список основной литературы для учащихся
- перечень итоговых форм контроля
- контрольно-измерительные материалы

Форма и содержание данных частей рабочей программы отвечают требованиям, установленным локальным актом «Положение о рабочей программе учебного предмета, факультативного курса, курса по выбору, элективного курса в МАОУ «Красногорская гимназия». Данная программа соответствует федеральному государственному образовательному стандарту среднего общего образования и может быть использована в качестве рабочей.

Рецензент _____ Леонтьева М.В., заведующий ШМО учителей естественно-научного цикла и математики, информатики.

«28» августа 2023 г.

Пояснительная записка

Рабочая программа по геометрии для 11 класса составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования, на основе Примерной основной образовательной программы среднего общего образования, одобренной решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28 июня 2016 г. № 2/16-з); Положением о рабочей программе учителей - предметников, реализующих ФГОС СОО; авторской Программы по геометрии составителя Бурмистровой Т. А. к УМК Л.С. Атанасян и др. В ней также учитываются основные идеи и положения Программы развития и формирования универсальных учебных действий для основного общего образования

Общая характеристика учебного предмета

Математическое образование в основной школе складывается из следующих содержательных компонентов (точные названия блоков):***арифметика*; *алгебра*; *геометрия*; *элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики*.**В своей совокупности они отражают богатый опыт обучения математике в нашей стране, учитывают современные тенденции отечественной и зарубежной школы и позволяют реализовать поставленные перед школьным образованием цели на информационно емком и практически значимом материале. Эти содержательные компоненты, развиваясь на протяжении всех лет обучения, естественным образом переплетаются и взаимодействуют в учебных курсах.

Геометрия – одна из важнейших компонентов математического образования, необходимый для приобретения конкретных знаний о пространстве и практически значимых умений, формирования языка описания объектов окружающего мира, для развития пространственного воображения и интуиции, математической культуры, для эстетического воспитания учащихся. Изучение геометрии вносит вклад в развитие логического мышления и формирование понятия доказательства.

Изучение курса стереометрии базируется на сочетании наглядности и логической строгости. Опора на наглядность – непременное условие успешного усвоения материала, и в связи с этим нужно уделить большое внимание правильному изображению на чертеже пространственных фигур.

С самого начала необходимо показывать учащимся, как нужно изображать те или иные фигуры, поскольку при работе по данному учебнику уже на первых уроках появляются куб, параллелепипед, тетраэдр.

Однако наглядность должна быть пронизана строгой логикой. Курс стереометрии предъявляет в этом отношении более высокие требования к учащимся. В данном курсе уже с самого начала формируются аксиомы о взаимном расположении точек, прямых и плоскостей в пространстве, и далее изучение свойств взаимного расположения прямых и плоскостей проходит на основе этих аксиом. Тем самым задаётся высокий уровень строгости в логических рассуждениях, который должен выдерживаться на протяжении всего курса.

Это способствует решению важной педагогической задачи – научить работать с книгой. Те или иные разделы учебника в зависимости от уровня подготовленности класса учитель может предложить учащимся для самостоятельного изучения. Важную роль при изучении стереометрии отводится задачам, поэтому в планировании отводится достаточное время для их решения на уроках по закреплению теоретического материала и его практического применения.

Раздел «Геометрия» — развивает у учащихся пространственное воображение и логическое мышление путем систематического изучения свойств геометрических фигур на плоскости и в пространстве и применения этих свойств при решении задач вычислительного и конструктивного характера. Существенная роль при этом отводится развитию геометрической интуиции. Сочетание наглядности со строгостью является неотъемлемой частью геометрических знаний. Материал, относящийся к блокам «Координаты» и «Векторы», в

значительной степени несет в себе межпредметные знания, которые находят применение, как в различных математических дисциплинах, так и в смежных предметах.

Основные цели курса:

· осознание математики как единой интегрированной науки, одной из составных частей которой является геометрия;
· развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
· овладение геометрическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин, для продолжения обучения в высшей школе;
· воспитание средствами геометрии культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики и геометрии в т.ч., эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Основные задачи курса:

1) продолжение содержательной линии «Геометрия»; обеспечение преемственности курсов планиметрии и стереометрии;
2) изучение свойств пространственных фигур; формирование умений применять полученные знания для решения практических задач;
3) создание условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;
4) формирование понимания геометрии, несмотря на оперирование ею идеализированными образами реальных объектов, как важнейшей практико-ориентированной науки, знания которой необходимы во многих смежных дисциплинах и на стыке наук.
5) расширение возможностей для более эффективной и дифференцированной подготовки выпускников к итоговой аттестации и освоению программ высшего образования.

Место учебного предмета в учебном плане

Реализация рабочей программы рассчитана на 68 часов в год (2 часа в неделю).

Ценностные ориентиры содержания учебного предмета

Овладение учащимися системой геометрических знаний и умений необходимо в повседневной жизни для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Практическая значимость школьного курса геометрии обусловлена тем, что её объектом являются пространственные формы и количественные отношения действительного мира. Геометрическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Геометрия является одним из опорных предметов основной школы: она обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно-научного цикла, в частности к физике. Развитие логического мышления учащихся при обучении геометрии способствует также усвоению предметов гуманитарного цикла.

Практические умения и навыки геометрического характера необходимы для трудовой деятельности и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, а также формированию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения, геометрия развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремленность, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументировано отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Геометрия существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

При обучении геометрии формируются умения и навыки умственного труда – планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обучения геометрии школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки четкого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса геометрии является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты геометрических умозаключений и принятые в геометрии правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить четкие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно вскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым геометрия занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников.

Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, способствуя восприятию геометрических форм, усвоению понятия симметрии, геометрия вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся. Её изучение развивает воображение школьников, существенно обогащает и развивает их пространственные представления.

Планируемые результаты освоения учебного предмета

Программа обеспечивает достижение следующих результатов:

Личностные:

- сформированность целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики;
- умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

Метапредметные:

- представления об идеях и о методах математики как универсальном языке науки и техники, средстве моделирования явлений и процессов;
- умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
- умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, представлять ее в понятной форме, принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
- умение понимать и использовать математические средства наглядности (графики, диаграммы, таблицы, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации;
- умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач, понимать необходимость их проверки;
- умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
- понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
- умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
- умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;
- сформированность учебной иобщепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;

Предметные:

- сформированность представлений о геометрии как части мировой культуры и о месте геометрии в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- сформированность представлений о геометрических понятиях как о важнейших математических моделях,
- владение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, и их основных свойствах;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач;

- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса геометрии; знания основных теорем, формул и умения их применять; доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат.
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения образования, изучения смежных дисциплин, применения в повседневной жизни;
- создание фундамента для математического развития, формирования механизмов мышления, характерных для математической деятельности

Требования к результатам обучения и освоению содержания курса

В результате изучения геометрии в старшей школе ученик должен ***знать/понимать***:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и теоретических вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

Учащиеся должны ***уметь***использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:
- построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;
- выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале;
- выполнения расчетов практического характера;
- использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;
- самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;
- проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;
- самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

В результате изучения курса геометрии **учащиеся должны овладеть** следующими умениями, задающими уровень обязательной подготовки:

- изображать пространственные геометрические тела, указанные в условиях теорем и задач, и выделять неизвестные тела на чертежах и моделях;
- решать типичные задачи на вычисление и доказательство, опираясь на полученные теоретические сведения;
- проводить доказанные рассуждения в ходе решения типичных задач, используя теоретические сведения, полученные учащимися при изучении планиметрии и стереометрии;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей и объемов), применяя изученные в курсах планиметрии и стереометрии формулы и теоремы;

- применять аппарат алгебры, начал анализа и тригонометрии в ходе решения геометрических задач;
- использовать векторы и координаты для решения несложных стандартных задач.

Основное содержание курса геометрии в 11 классе.

1. **Повторение (3 ч.)**
2. **Цилиндр, конус и шар (11 ч.)**

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника. Цилиндрические и конические поверхности. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формула площади сферы.

3. **Объемы тел (22 ч.)**

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем прямой призмы и цилиндра. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. Объем шара и площадь сферы.

4. **Векторы в пространстве (6 ч.)**

Понятие вектора в пространстве. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Угол между векторами. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

5. **Метод координат в пространстве. Движение. (15 ч.)**

Декартовы координаты в пространстве. Координаты точки и координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Уравнения сферы и плоскости. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Движение.

6. **Итоговое повторение курса геометрии 10 – 11 классов. (11ч.)**

Общая характеристика учебного процесса

Основной формой обучения является урок.

Основная форма организации образовательного процесса – классно-урочная система.

Предусматривается применение следующих **технологий обучения**:

- традиционная классно-урочная;
- игровые технологии;
- элементы проблемного обучения;
- технологии уровневой дифференциации;
- технологии деятельностного обучения;
- технологии здоровьесберегающих технологий;
- ИКТ.

Формы организации учебного процесса:

индивидуальные, групповые, индивидуально-групповые, фронтальные, классные и внеклассные.

Виды и формы контроля:

Промежуточный, текущий и итоговый, индивидуальный, фронтальный: тесты, математические диктанты, самостоятельные и контрольные работы, творческие задания, исследовательские задания.

Сведения об используемом учебно-методическом комплекте:

1) Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия. 10 – 11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и углубл. Уровни /[Л. С. Атанасян и др]. – 7-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 2019.

2) Поурочные разработки по геометрии: 11 класс / Сост. В.А.Яровенко. – М.: ВАКО, 2009. – (В помощь школьному учителю).

Учебно-тематический план

Разделы, темы	Всего часов	Формы контроля
Повторение.	**3**	
Глава IV. Цилиндр, конус и шар. §3. Сфера.	**11**	к/р №1
Глава V. Объемы тел. §1. Объем прямоугольного параллелепипеда. §2. Объемы прямой призмы и цилиндра. §3. Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса. §4. Объем шара и площадь сферы.	**22**	к/р №2 к/р №3
Глава VI. Векторы в пространстве §1. Понятие вектора в пространстве. §2. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. §3. Компланарные векторы.	**6**	к/р №4
Глава VII. Метод координат в пространстве. Движения. §1. Координаты точки и координаты вектора §2. Скалярное произведение векторов. §3. Движения.	**15**	к/р №5 к/р №6
Итоговое повторение курса геометрии 10 – 11 классов	**9**	
Всего	**68**	

Учебная программа

Разделы	№ урока	Темы, последовательность уроков в теме	Основные понятия	Модуль «Школьный урок» в рабочей программе воспитания
Повторение курса геометрии 10 класса	1	Аксиомы стереометрии. Параллельность прямых и плоскостей.	Аксиомы стереометрии, следствия из аксиом стереометрии, параллельность прямых, параллельность плоскостей, скрещивающиеся прямые, свойства параллельности	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности, обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности; - побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации; - включение в урок игровых процедур, которые помогают поддержать мотивацию детей к получению знаний, налаживанию позитивных межличностных отношений в классе, помогают установлению доброжелательной атмосферы во время урока; - использование ИКТ и дистанционных образовательных технологий обучения,
	2	Перпендикулярность прямых и плоскостей.	Перпендикулярность прямых, перпендикулярность прямой и плоскости, перпендикулярность плоскостей, теорема о трех перпендикулярах, признаки перпендикулярности, двугранный угол.	
	3	Многогранники.	Многогранник, тетраэдр, параллелепипед, призма, пирамида, усеченная пирамида, правильные многогранники, симметрия в пространстве	

				обеспечивающих современные активности обучающихся (программы-тренажеры, тесты, зачеты в электронных приложениях, мультимедийные презентации, научно-популярные передачи, фильмы, обучающие сайты, уроки онлайн, видеолекции, онлайн-конференции и др.);
Глава IV. Цилиндр, конус, шар.(11ч.)	4	Сфера и шар.	Сфера и шар Взаимное расположение сферы и плоскости, плоскость, касательная к сфере, расстояние от центра сферы до плоскости сечения.	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности, обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности; - побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации; - привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее
	5	Взаимное расположение сферы и плоскости.	Взаимное расположение сферы и плоскости.	
	6	Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы.	Плоскость, касательная к сфере, свойство касательной к сфере, расстояние от центра сферы до плоскости сечения. Площадь сферы.	
	7	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар.	Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.	
	8	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар.	Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.	
	9	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар.	Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.	
	10	Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар.	Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около	

			многогранника.	поводу, выработки своего к ней отношения; - использование воспитательных возможностей предметного содержания через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе, организация дискуссий, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; - включение в урок игровых процедур, которые помогают поддержать мотивацию детей к получению знаний, налаживанию позитивных межличностных отношений в классе, помогают установлению доброжелательной атмосферы во время урока; - использование ИКТ и дистанционных образовательных технологий обучения, обеспечивающих современные активности обучающихся (программы-тренажеры, тесты, зачеты в электронных приложениях, мультимедийные презентации, научно-популярные передачи, фильмы, обучающие сайты, уроки онлайн, видеолекции, онлайн-конференции и др.);
	11	Решение задач по теме «Тела вращения».	Цилиндр, цилиндрическая поверхность, элементы цилиндра (основание, высота, боковая поверхность, образующая), развертка, осевое сечение и сечения параллельные основанию.	
	12	Решение задач по теме «Тела вращения».	Формулы площади полной поверхности и площади боковой поверхности.	
	13	Решение задач по теме «Тела вращения».	Конус, коническая поверхность, элементы конуса (основание, высота, боковая поверхность, образующая), развертка, осевое сечение и сечения параллельные основанию. Усеченный конус, его элементы. Площадь поверхности усеченного конуса.	
	14	*Контрольная работа №1 по теме «Тела вращения».*		
Глава V. Объемы тел. (22ч.)	15	Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.	Понятие объема, объем прямоугольного параллелепипеда, объем куба	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности,
	16	Понятие объема. Объем прямоугольного	Понятие объема, объем прямоугольного	

		параллелепипеда.	параллелепипеда, объем куба	обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности; - побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации; - привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения; - использование воспитательных возможностей предметного содержания через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе, организация дискуссий, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; - организация шефства мотивированных и эрудированных обучающихся над их неуспевающими
	17	Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда.	Понятие объема, объем прямоугольного параллелепипеда, объем куба	
	18	Объем прямой призмы.	Формула объема призмы: 1) основание – прямоугольный треугольник; 2) произвольный треугольник; 3) основание – многоугольник	
	19	Объем цилиндра	Формула объема цилиндра	
	20	Объем цилиндра	Формула объема цилиндра	
	21	Вычисление объемов тел с помощью интеграла	Метод нахождения объема тела с помощью определенного интеграла	
	22	Объем наклонной призмы.	Формула объема наклонной призмы	
	23	Объем пирамиды.	Формула объема треугольной и произвольной пирамиды	
	24	Объем пирамиды.	Формула объема треугольной и произвольной пирамиды	
	25	Объем пирамиды.	Формула объема треугольной и произвольной пирамиды	
	26	Объем конуса.	Формулы объем конуса, усеченного конуса	
	27	Объем конуса.	Формулы объем конуса, усеченного конуса	
	28	*Контрольная работа №2 по теме «Объемы тел».*		
	29	Объем шара.	Формула объема шара	
	30	Объем шара.	Формула объема шара	
	31	Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	
	32	Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	Объемы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора.	
	33	Площадь сферы.	Формула площади сферы	

	34	Решение задач по теме «Объем шара и его частей».	Объем шара и его частей	одноклассниками, дающего школьникам социально значимый опыт сотрудничества и взаимной помощи; - использование ИКТ и дистанционных образовательных технологий обучения, обеспечивающих современные активности обучающихся (программы-тренажеры, тесты, зачеты в электронных приложениях, мультимедийные презентации, научно-популярные передачи, фильмы, обучающие сайты, уроки онлайн, видеолекции, онлайн-конференции и др.);
	35	*Контрольная работа №3 по теме «Объем шара. Площадь сферы»*.		
	36	Решение задач по теме «Объемы тел».		
Глава VI Векторы в пространстве. (6ч).	37	Понятие вектора. Равенство векторов.	Понятие вектора в пространстве. Модуль вектора. Равенство векторов.	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности, обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности;
	38	Сложение и вычитание векторов. Сумма нескольких векторов.	Сложение и вычитание векторов	
	39	Умножение вектора на число.	Умножение вектора на число. Угол между векторами. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.	
	40	Компланарные векторы. Правило параллелепипеда.	Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.	
	41	Разложение вектора по трем некомпланарным векторам.	Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам.	
	42	*Контрольная работа №4 по теме «Векторы в*		

		пространстве».		
Глава VII. Метод координат в пространстве. Движения. (15ч.)	43	Прямоугольная система координат в пространстве.	Прямоугольная система координат в пространстве.	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности, обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности; - побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации; - привлечение внимания школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения; - использование воспитательных возможностей предметного содержания через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для
	44	Координаты вектора.	Координаты вектора, действия над векторами с заданными координатами Правила действий над векторами с заданными координатами	
	45	Координаты вектора.	Координаты вектора, действия над векторами с заданными координатами Правила действий над векторами с заданными координатами	
	46	Связь между координатами векторов и координатами точек.	Радиус-вектор, коллинеарные и компланарные векторы; Алгоритм вычисления координат вектора по координатам его начала и конца	
	47	Простейшие задачи в координатах.	Формула координат середины отрезка, формула длины вектора и расстояния между двумя точками	
	48	Простейшие задачи в координатах. Уравнение сферы.	Формула координат середины отрезка, формула длины вектора и расстояния между двумя точками. Сфера. Уравнение сферы.	
	49	*Контрольная работа №5 по теме «Простейшие задачи в координатах».*		
	50	Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.	Угол между векторами, скалярное произведение векторов, формулы и свойства скалярного	

			произведения векторов	обсуждения в классе, организация дискуссий, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; - включение в урок игровых процедур, которые помогают поддержать мотивацию детей к получению знаний, налаживанию позитивных межличностных отношений в классе, помогают установлению доброжелательной атмосферы во время урока; - использование ИКТ и дистанционных образовательных технологий обучения, обеспечивающих современные активности обучающихся (программы-тренажеры, тесты, зачеты в электронных приложениях, мультимедийные презентации, научно-популярные передачи, фильмы, обучающие сайты, уроки онлайн, видеолекции, онлайн-конференции и др.);
	51	Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.	Угол между векторами, скалярное произведение векторов, формулы и свойства скалярного произведения векторов	
	52	Вычисление углов между прямыми и плоскостями.	Направляющий вектор, угол между прямыми	
	53	Решение задач на вычисление углов между прямыми и плоскостями.	Угол между прямой и плоскостью	
	54	Центральная симметрия. Осевая симметрия. Зеркальная симметрия. Параллельный перенос.	Осевая, центральная, зеркальная симметрия, параллельный перенос Построение фигуры, симметричной относительно оси симметрии, центра симметрии, плоскости, при параллельном переносе	
	55	Решение задач по теме «Движения».	Построение фигуры, симметричной относительно оси симметрии, центра симметрии, плоскости, при параллельном переносе	
	56	Решение задач по теме «Метод координат в пространстве».		
	57	*Контрольная работа №6 по теме «Скалярное произведение векторов в пространстве. Движения».*		
	58	Параллельность прямых и плоскостей.	Параллельность прямых и плоскостей	-установление взаимоотношений субъектов деятельности на уроке как отношений субъектов единой совместной деятельности, обеспечиваемой общими активными интеллектуальными усилиями; - организацию на уроках
	59	Параллельность прямых и плоскостей.	Параллельность прямых и плоскостей	
	60	Перпендикулярность прямых и плоскостей.	Перпендикулярность прямых и плоскостей	
	61	Перпендикулярность прямых и	Перпендикулярность прямых	

		плоскостей.	и плоскостей	активной деятельности учащихся, в том числе поисково-исследовательской, на разных уровнях познавательной самостоятельности; - побуждение школьников соблюдать на уроке общепринятые нормы поведения, правила общения со старшими (учителями) и сверстниками (школьниками), принципы учебной дисциплины и самоорганизации; - использование воспитательных возможностей предметного содержания через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе, организация дискуссий, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; - использование ИКТ и дистанционных образовательных технологий обучения, обеспечивающих современные активности обучающихся (программы-тренажеры, тесты, зачеты в электронных приложениях, мультимедийные презентации, научно-популярные передачи, фильмы, обучающие сайты, уроки онлайн, видеолекции, онлайн-конференции и др.);
	62	Многогранники.	Прямоугольный параллелепипед, призма, пирамида Площади поверхности и объемы Виды сечений	
	63	Векторы. Действия над векторами.	Скалярное произведение векторов.	
	64	Тела вращения.	Цилиндр, конус, сфера, шар, площади поверхности и их объемы	
	65	Объемы тел.	Формулы объемов тел	
	66	Решение задач ЕГЭ.		
	67	Решение задач ЕГЭ.		
	68	Решение задач ЕГЭ.		

Список основной литературы

для учителя:

1) Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия. 10 – 11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и углубл. Уровни /[Л. С. Атанасян и др]. – 7-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 2019.

2) Поурочные разработки по геометрии: 11 класс / Сост. В.А.Яровенко. – М.: ВАКО, 2009. –(В помощь школьному учителю).

для обучающихся:

Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. Геометрия. 10 – 11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и углубл. Уровни /[Л. С. Атанасян и др]. – 7-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 2019.

Перечень итоговых форм контроля

1)Контрольная работа №1 по теме «Тела вращения»
2) Контрольная работа №2 по теме «Объемы тел»

3) Контрольная работа №3 по теме «Объем шара. Площадь сферы»

4) Контрольная работа №4 по теме «Векторы в пространстве»

5) Контрольная работа №5 по теме «Простейшие задачи в координатах»

6) Контрольная работа №6 по теме «Скалярное произведение векторов в пространстве. Движения»

Контрольная работа № 1 по теме «Тела вращения»

I уровень сложности

Вариант 1

1. Радиус основания цилиндра равен 5 см, а высота цилиндра равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от нее.
2. Радиус шара равен 17 см. Найдите площадь сечения шара, удаленного от его центра на 15 см.
3. Радиус основания конуса равен 3 м, а высота 4 м. Найти образующую и площадь осевого сечения.

Вариант 2

1. Высота цилиндра 8 дм, радиус основания 5 дм. Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси цилиндра.
2. Радиус сферы равен 15 см. Найдите длину окружности сечения, удаленного от центра сферы на 12 см.
3. Образующая конуса l наклонена к плоскости основания под углом в 30°. Найти высоту конуса и площадь осевого сечения.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45° и площадь боковой поверхности конуса.
3. Диаметр шара равен d. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра — квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см^2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 90°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
3. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 30° к нему, равна 75π см^2. Найдите диаметр шара.

III уровень сложности

Вариант 1

1. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом 60° к нему, равна 5π см^2. Найдите диаметр сферы.
2. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90°. Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

3. Плоскость, проходящая через центр нижнего основания цилиндра под углом α к основанию, пересекает верхнее основание по хорде, равной b и стягивающей дугу β. Найдите высоту цилиндра.

Вариант 2

1. Диаметр шара равен d. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и плоскости.
2. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 120°. Диагональ сечения равна 20 см и удалена от оси на 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
3. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса. Найдите его площадь, если радиус конуса r, угол между сечением и основанием 60°, угол между образующей и основанием 45°.

Контрольная работа №2 по теме «Объемы тел»

I уровень сложности

Вариант 1.

1. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60°. Найдите объем пирамиды.
2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30°. Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью ее основания угол в 45°. Найдите объем цилиндра.

Вариант 2.

1. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в 60°. Найдите объем пирамиды.
2. В конус вписана пирамида. Основанием служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2a$, а прилежащий угол равен 30°. Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол в 45°. Найдите объем конуса.

II уровень сложности

Вариант 1.

1. Основание прямого параллелепипеда ромб с периметром 40 см. Одна из диагоналей ромба равна 12 см. Найдите объем параллелепипеда, если его большая диагональ равна 20 см.
2. Плоский угол при вершине правильной четырехугольной пирамиды равен α, а боковое ребро равно l. Найдите объем конуса, вписанного в пирамиду.

Вариант 2.

1. Основанием прямого параллелепипеда — ромб с периметром 40 см. Боковое ребро параллелепипеда равно 9, а одна из диагоналей 15 см. Найдите объем параллелепипеда.
2. Двугранный угол при основании правильной четырехугольной пирамиды равен α. Высота пирамиды равна H. Найдите объем конуса, вписанного в пирамиду.

III уровень сложности

Вариант 1.

1. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна l и образует с плоскостью основания пирамиды угол α. Найдите объем пирамиды.
2. Основание прямой призмы — равнобедренный треугольник с основанием a и углом при основании α. Диагональ боковой грани, содержащей боковую сторону треугольника, наклонена к плоскости основания под углом β. Найдите объем цилиндра, вписанного в призму.

Вариант 2.

1. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 1 и наклонено к плоскости основания пирамиды под углом α. Найдите объем пирамиды.
2. Основание прямой призмы равнобедренный треугольник с боковой стороной и углом при основании α. Диагональ боковой грани, содержащей основание треугольника, образует с боковым ребром угла β. Найдите объем цилиндра, вписанного в призму.

Контрольная работа №3 по теме «Объем шара. Площадь сферы»

I уровень сложности

Вариант 1

1. Диаметр шара равен высоте конуса, образующая которого составляет с плоскостью основания угол 60°. Найдите отношение объемов конуса и шара.
2. Объем цилиндра равен $96\pi^3$ см^3. Площадь его осевого сечения 48 см^2. Найдите площадь сферы, описанной около цилиндра.

Вариант 2

1. В конус, осевое сечение которого есть правильный треугольник, вписан шар. Найдите отношение площади сферы к площади боковой поверхности конуса.
2. Диаметр шара равен высоте цилиндра, осевое сечение которого есть квадрат. Найдите отношение объемов шара и цилиндра.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Медный куб, ребро которого 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.
2. Радиус шара равен R. Определите объем шарового сектора, если дуга в осевом сечении сектора равен 90°.
3. Внешний диаметр полого шара 18 см, толщина стенок 3 см. Найти объем стенок.

Вариант 2

1. Свинцовый шар, диаметр которого 20 см, переплавлен в шарики с диаметром в 10 раз меньше. Сколько таких шариков получилось?
2. Радиус шара равен R. Определите объем шарового сектора, если дуга в его осевом сечении равна 60°.
3. Поверхность шара равна 225π м^2. Определите его объем.

III уровень сложности

Вариант 1

1. Объем шара 400 см^3. На радиусе как на диаметре построен другой шар. Найдите объем малого шара.
2. Площадь поверхности куба равна площади поверхности шара. Найдите отношение объемов куба и шара.
3. Диагональным сечением прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар, является квадрат площадью S. Найдите объем шара.
4. Диаметр шара радиуса 12 см разделен на 3 части, длины которых относятся как 1 : 3 : 4. Через точки деления проведены плоскости, перпендикулярные диаметру. Найдите объем образовавшегося шарового слоя.

Вариант 2

1. Объем шара равен 15 см^3. На диаметре как на радиусе построен другой шар. Найдите объем большего шара.
2. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна площади поверхности шара. Найдите отношение объемов параллелепипеда и шара, если ребра параллелепипеда, исходящие из одной вершины относятся как 1 : 2 : 4.
3. Диагональным сечением прямоугольного параллелепипеда, вписанного в шар, является квадрат. Найдите площадь этого диагонального сечения, если объем шара равен V.

4. Диаметр шара радиуса 9 см разделен на 3 части, длины которых относятся как 1 : 2 : 3. Через точки деления проведены плоскости, перпендикулярные диаметру. Найдите объем шарового слоя.

Контрольная работа № 4 по теме

« Векторы в пространстве»

Вариант 1

1. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Назовите один из векторов, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный: а) $\overrightarrow{A_1A_1} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{NA}$; *б)* $\overrightarrow{AA} - \overrightarrow{NN_1}$.

2. *Дан тетраэдр ABCD. Точка M – середина ребра BC, точка E – середина отрезка DM. Выразите вектор* $\overrightarrow{AA}$ *через векторы* $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{n} = \overrightarrow{AN}$, $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$.

3. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.Медианы треугольника ABDпересекаются в точке P. Разложите вектор $\overrightarrow{A_1D}$ по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{A_1A_1}$, $\vec{b} = \overrightarrow{B_1C_1}$, $\vec{n} = \overrightarrow{A_1A}$.

Вариант 2

1. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Назовите один из векторов, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный: а) $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{N_1D_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{D_1A_1}$;*б)* $\overrightarrow{D_1C_1} - \overrightarrow{A_1B}$.

2. *Дан тетраэдр ABCD. Точка K – середина медианы DM треугольника ADC. Выразите вектор* $\overrightarrow{AE}$ *через векторы* $\vec{a} = \overrightarrow{AA}$, $\vec{n} = \overrightarrow{AN}$, $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$.

3. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.Медианы треугольника ACD_1пересекаются в точке M. Разложите вектор $\overrightarrow{AI}$ по векторам $\vec{a} = \overrightarrow{AA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB_1}$, $\vec{n} = \overrightarrow{AN}$.

Контрольная работа №5 по теме «Простейшие задачи в координатах»

I уровень сложности

Вариант 1

1. Найдите координаты вектора AB, если A (5; –1; 3), B (2; –2; 4).
2. Даны векторы b {3; 1; –2} и c {1; 4; –3}. Найдите |2b – c|.
3. Изобразить систему координат *Oxyz* и построить точку A(1; –2; –4). Найти расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

Вариант 2

1. Найдите координаты вектора CD, если C (6; 3; –2), D (2; 4; –5).
2. Даны векторы a {5; –1; 2} и b {3; 2; –4}. Найти: |a – 2b|.
3. Изобразить систему координат *oxyz* и построить точку B (–2; –3; 4). Найти расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Вершины ΔABC имеют координаты A (–2; 0; 1), B (–1; 2; 3), C (8; –4; 9). Найдите координаты вектора BM, если BM– медиана ΔABC. \
2. Дан вектор a {–6; 4; 12}. Найти координаты и, если |b| = 7 и векторы a и b сонаправлены.
3. Даны точки A (–1; 5; 3), B (7; –1; 3) C (3; –2; 6). Доказать, что ΔABC – прямоугольный.

Вариант 2

1. Вершины ΔABC имеют координаты: A (–1; 2; 3), B (1; 0; 4), C(3;–2; 1). Найдите координаты вектора AM , если AM – медиана ΔABC.
2. Дан вектор a {–6; 4; 12}. Найдите координаты b, если |b| = 28 и векторы a и b противоположно–направлены.
3. Даны точки A (–1; 5; 3), B (–1; 3; 9), C (3; –2; 6). Доказать, что ΔABC – прямоугольный.

III уровень сложности

Вариант 1

1. Середины сторон ΔABC имеют координаты: M (3; –2; 5), N (3,5; –1; 6), K (–1,5; 1; 2). Найдите координаты вершин ΔABC.
2. Даны точки A (–2; 1; 2), B (–6; 3; –2) на оси аппликат. Найти точку C, равноудаленную от точек A и B.
3. Найти площадь ΔABC.

Вариант 2

1. Середины сторон ΔABC имеют координаты: M (3; –2; –4), N(–6; 4;–10), K (–7; 2; –12). Найдите координаты вершин ΔABC.
2. Даны точки A (4; 5; 4), B (2; 3; –4) на оси абсцисс. Найти точку C, равноудаленную от точек A и B.
3. Найти площадь ΔABC.

Контрольная работа №6 по теме «Скалярное произведение векторов в пространстве. Движения»

I уровень сложности

Вариант 1

1. Даны векторы a и b, причем $a = 6i - 8k$, $|b| = 1$, $(a\ b) = 60°$. Найти:
   а) $a \bullet b$; б) значение m, при котором векторы a и c (4; 1; m) перпендикулярны.
2. Найдите угол между прямыми AB и CD, или A (3, –1, 3), B (3, –2, 2), C (2, 2, 3) и D (1, 2, 2).
3. Дан правильный тетраэдр DABC с ребром a. При симметрии относительно плоскости ABC точка D перешла в точку D_1. Найдите DD_1.

Вариант 2

1. Даны векторы a и b, причем $a = 4j - 3k$, $|b| = \sqrt{2}$, $(a\ b) = 45°$. Найдите:
   а) $a \bullet b$; б) значение m, при котором векторы a и c (2, m, 8) перпендикулярны.
2. Найдите угол между прямыми AB и CD, если A (1, 1, 2), B (0, 1, 1), C (2, –2, 2) и D (2, –3, 1).
3. Дан правильный тетраэдр DABC с ребром a. При симметрии относительно точки D плоскость ABC перешла в плоскость $A_1B_1C_1$. Найдите расстояние между этими плоскостями.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Вычислите скалярное произведение векторов m и n, если $m = a + 2b - c$, $n = 2a - b$, $|a| = 2$, $|b| = 3$, $(a\ b) = 60°$, $c \perp a$, $c \perp b$.
2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми AD_1 и BM, где M – середина ребра DD_1.
3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a. При симметрии относительно плоскости CC_1D точка B_1 перешла в точку B_2. Найдите AB_2.

Вариант 2

1. Вычислите скалярное произведение векторов m и n, если $m = 2a - b + c$, $n = a - 2b$, $|a| = 3$, $|b| = 2$, $(a\ b) = 60°$, $c \perp a$, $c \perp b$.
2. Дал куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите угол между прямыми AC и DC_1.
3. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром a. При симметрии относительно прямой B_1D_1 точка D перешла в точку D_2. Найдите BD_2.

III уровень сложности

Вариант I

1. *Даны* векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причем $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}\ \vec{b}) = 120°$. *Найдите* $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.
2. В пирамиде $DABC$ ребра DA, DB и DC взаимно перпендикулярны и равны a. Используя векторы, *найдите* угол между плоскостями DAB и ABC.
3. При движении прямая a отображается на прямую a_1, а плоскость α – на плоскость α_1. *Доказать*, что если $a \parallel \alpha$, то $a_1 \parallel \alpha_1$.

Вариант II

1. *Даны* векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, причем $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $(\vec{a}\ \vec{b}) = 135°$. *Найдите* $|\vec{a} - 3\vec{b}|$.
2. В пирамиде $DABC$ ребра DA, DB и DC взаимно перпендикулярны и равны a. Используя векторы, *найдите* угол между прямой DA и плоскостью ABC.
3. При движении прямая b отображается на прямую b_1, а плоскость β – на плоскость β_1. *Докажите*, что если $b \perp \beta$, то $b_1 \perp \beta_1$.